
ТЕХНОЛОГИЯ И ОБОРУДОВАНИЕ МЕХАНИЧЕСКОЙ И ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКИ

УДК 621.951.45
DOI: 10.34641/ТМ.2024.262.4.023

Н. А. РАГРИН, д-р техн. наук
"Кыргызско-Российский Славянский университет им. Б. Ельцина", г. Бишкек
А. А. АЙНАБЕКОВА, ст. преподаватель
"Кыргызский ГТУ им. И. Раззакова", г. Бишкек
E-mail: n_ragrin@mail.ru

Обоснование аналитических методов построения эмпирических моделей

В работе проведен сравнительный анализ методов аппроксимации результатов эксперимента по влиянию скорости резания на стойкость быстрорежущих спиральных сверл, с целью обоснования аналитического метода построения эмпирической модели, позволяющей с максимальной точностью прогнозировать стойкость сверл на скоростях резания меньших граничных значений, не учтенных планом эксперимента.

The work carried out a comparative analysis of methods for approximating experimental results on the effect of cutting speed on the durability of high-speed twist drills, in order to substantiate the analytical method for constructing an empirical model that makes it possible to predict with maximum accuracy the durability of drills at cutting speeds lower than the limit values not taken into account by the experimental plan.

Ключевые слова: эксперимент, аппроксимация, скорость резания, стойкость, график, уравнение, модель

Key words: experiment, approximation, cutting speed, durability, graph, equation, model

ВВЕДЕНИЕ

Технология машиностроения, как область технических наук, призвана совершенствовать существующие и создавать новые технологические процессы и методы обработки с целью повышения качества изделий машиностроения и снижения себестоимости их изготовления. Результаты исследований в области технологии машиностроения выражаются в теоретических и эмпирических математических моделях. Теоретические модели отражают общие закономерности и свойства процесса

изготовления изделий, эмпирические модели отражают конкретные результаты экспериментов. Обработка материалов резанием, как один из основных технологических способов получения деталей высокого качества, сопровождается большим количеством взаимонезависимых случайных величин, влияющих на качество обрабатываемых изделий и себестоимость их изготовления. Наиболее существенными из них являются: качество технологического оборудования и оснастки, физико-механические и химические свойства обраба-

тываемых и инструментальных материалов, качество режущих инструментов, технология их изготовления и степень износа, параметры режима резания и припуски на обработку. Прогнозировать результаты влияния такого большого количества взаимонезависимых случайных величин теоретическими моделями не представляется возможным. Поэтому результатами исследований в области обработки материалов резанием являются эмпирические модели на основании конкретных результатов эксперимента. Однако экспериментальные исследования в области обработки материалов резанием связаны с большой трудоемкостью и материалоемкостью. Это не позволяет в полной мере учесть все параметры режима резания и другие технологические факторы при планировании и постановке эксперимента. В связи с чем, большое значение при построении эмпирических моделей имеют методы обработки результатов эксперимента, от которых зависит степень точности расчета выходных параметров модели при варьировании ее входными факторами, их промежуточными и крайними значениями. Поэтому целью работы является обоснование аналитических методов построения эмпирических моделей, с целью повышения качества изделий машиностроения и снижения себестоимости их изготовления.

Анализ проблемы

Все без исключения справочные источники рассматривают операцию обработки сверлением как предварительную обработку без высоких требований к качеству отверстия. Однако исследования авторов работ [1—3] показывают, что в определенных условиях на скоростях резания меньших 6 м/мин использование стандартных быстрорежущих спиральных сверл дает возможность получить отверстия высокого качества. Это позволяет не только повысить качество просверленных отверстий, но и снизить трудоемкость их обработки посредством исключения нескольких последую-

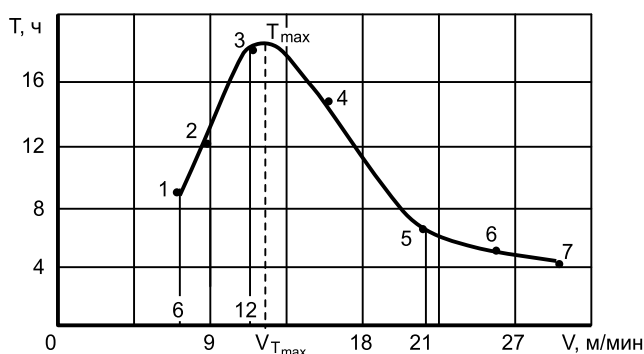


Рис. 1. Зависимость стойкости спиральных сверл от скорости резания

щих технологических переходов, рассверливания, зенкерования и развертывания. В работе [4] показана возможность повышения качества отверстий, просверленных на скоростях резания 4,32 и 5,53 м/мин, и представлены эмпирические модели, подтверждающие значительное повышение качества просверленных отверстий. При этом следует отметить полное отсутствие априорной информации о стойкости сверл на этих скоростях резания. Как было отмечено выше, экспериментальные исследования в области обработки материалов резанием связаны с большой трудоемкостью и материалоемкостью.

В работе [5] приведена экспериментальная зависимость стойкости от скорости резания (рис. 1) имеющая экстремальный вид с явно выраженным максимумом стойкости полученная при обработке заготовок из стали 45 спиральными сверлами из быстрорежущей стали P6M5.

Как видно на графике рис. 1, скорость резания $V = 6$ м/мин (точка 1) является граничной скоростью резания представленной стойкостной зависимости (рис. 1), на которой стойкость превышает 8 ч непрерывной работы. Это определяет необходимость обосновать аналитические методы расчета стойкости спиральных сверл на скоростях резания 4,32 и 5,53 м/мин без проведения дорогостоящих стойкостных испытаний.

Автор работы [6] отмечает, что кривые экстремального вида не могут быть аппроксимированы степенными уравнениями, а при аппроксимации посредством математических рядов затруднительно производить сравнительный анализ влияния технологических факторов на общую закономерность исследуемых зависимостей, и предлагает для аппроксимации экспериментальных кривых экстремального вида уравнение

$$T = aV^b e^{CV}. \quad (1)$$

Уравнение (1) позволяет рассчитать скорость резания при максимуме стойкости экстремальных кривых из отношения

$$V_{T_{\max}} = |b/C|. \quad (2)$$

Аппроксимация области максимума стойкости графика (рис. 1) посредством уравнения (1), позволила получить эмпирическую формулу

$$T = 1,45 \cdot 10^{-4} V^{7,6} e^{-0,595V}. \quad (3)$$

Рассчитанная по формуле (2) скорость резания при максимуме стойкости равна $V_{T_{\max}} = 12,77$ м/мин. На скорости резания $V_{T_{\max}}$ рассчитанная по формуле (3) максимальная стойкость равна $T_{\max} = 18,6$ ч.

Формулы для расчета постоянного коэффициента a и показателей степени b и C зависимости (1), представленные в работе [6], оперируют эмпирическими значениями трех точек экстремума аппроксимируемого графика. На рис. 1 это точки 2, 3 и 4.

Таблица 1

№ п/п	V , м/мин	$T_{\text{эксп}}$, ч	$T_{\text{расч}}$, ч	Δ , %
1	6	8,6	3,35	61,1
2	9	12,4	12,25	1,2
3	12	18,4	18,29	0,6
4	16	15	15,07	1,4
5	21	6,2	7,4	19,4
6	26	5,4	1,57	70,9
7	30	4	0,43	89,3

В табл. 1 приведены экспериментальные значения стойкостей $T_{\text{эксп}}$ на соответствующих скоростях резания V графика рис. 1 и рассчитанные по формуле (3) стойкости $T_{\text{расч}}$ и ошибки расчетов Δ .

Как видно в табл. 1 рассчитанные по формуле (3) стойкости $T_{\text{расч}}$ на скоростях резания 6, 26 и 30 м/мин имеют значительные ошибки. Формула (3) имеет высокую точность расчетов только в пределах точек экстремума аппроксимируемого графика на скоростях резания 9, 12 и 16 м/мин. Это гарантирует высокую точность расчетов скорости резания $V_{T_{\max}}$ по формуле (2) и максимальной стойкости $T_{\max}$ на этой скорости резания, рассчитанной по формуле (3). В работе [5] показано, что правая ветвь графика рис. 1 с достаточной точностью аппроксимируется степенным и экспоненциальным уравнениями. Отмечено, что скорость резания $V_{T_{\max}}$ используется в автоматизированном массовом производстве при обеспечении максимальной надежности сверл за счет их максимальной стойкости $T_{\max}$. Скорости резания меньшие точки перегиба правой ветви графика на скорости резания $V = 21$ м/мин (точка 5) используются в крупносерийном и серийном производстве, а скорости резания большие точки перегиба правой ветви графика используются в мелкосерийном и единичном производстве. При выборе скорости резания руководствуются максимальной производительностью технологического оборудования в зависимости от типа производства при необходимой стойкости сверл. Аппроксимация левой ветви графика рис. 1 не проводилась т.к. при равной с правой ветвью стойкости сверл, скорости резания левой ветви значительно ниже, а вопрос повышения качества просверленных отверстий до настоящего времени не поднимался.

На основании вышеизложенного, и в соответствии с целью исследований, определены следующие задачи исследований:

1. Провести сравнительный анализ и обоснование выбора метода аппроксимации левой ветви графика стойкостной зависимости;

2. Обосновать аналитические методы построения математической модели на основании эмпирических данных, позволяющей с максимальной точностью прогнозировать стойкость сверл на скоростях резания меньших 6 м/мин.

Результаты исследований

Сравнительный анализ методов аппроксимации стойкостной зависимости

Метод линейной аппроксимации по двум точкам

Выше было отмечено, что правая ветвь графика рис. 1 с достаточной точностью аппроксимируется степенным и экспоненциальным уравнениями. В работе [5] применен метод аппроксимации, в котором коэффициенты и показатели степени определялись решением системы из двух линейных логарифмических уравнений с использованием эмпирических значений стойкости двух точек на аппроксимируемом участке кривой. В отличие от правой ветви, левая ветвь графика рис. 1 более близка к линейной и не имеет точки перегиба. На основании этого можно сделать вывод о возможности аппроксимации левой ветви графика рис. 1 линейным уравнением. Для этого достаточно решить систему из двух уравнений:

$$\begin{cases} T_1 = \alpha + bV_1; \\ T_3 = \alpha + bV_3, \end{cases}$$

где T_1 и T_3 — эмпирические значения стойкости точек 1 и 3 графика рис. 1, а V_1 и V_2 — соответствующие этим стойкостям скорости резания.

Коэффициенты линейных уравнений определяются уравнениями

$$\begin{aligned} b &= \frac{(T_3 - T_1)}{(V_3 - V_1)}, \\ \alpha &= T_1 - bV_1. \end{aligned} \quad (4)$$

После решения которых линейное уравнение имеет вид

$$T = -1,198 + 1,633V.$$

Для определения степенного уравнения

$$T = aV^b,$$

необходимо решить систему из двух логарифмических уравнений

$$\begin{cases} \ln T_1 = \ln a + b \ln V_1; \\ \ln T_3 = \ln a + b \ln V_3. \end{cases}$$

Показатель степени и коэффициент степенных уравнений определяются уравнениями

$$b = \frac{(\ln T_3 - \ln T_1)}{(\ln V_3 - \ln V_1)},$$

$$\ln a = \ln T_1 - b \ln V_1, \quad a = e^{\ln a},$$

после решения которых степенное уравнение имеет вид

$$T = 1,205V^{1,097}. \quad (5)$$

Для определения экспоненциального уравнения

$$T = ae^{CV},$$

необходимо решить систему из двух логарифмических уравнений

$$\begin{cases} \ln T_1 = \ln a + CV_1; \\ \ln T_3 = \ln a + CV_3. \end{cases}$$

Показатель степени и коэффициент экспоненциальных уравнений определяются уравнениями

$$C = \frac{(\ln T_3 - \ln T_1)}{(V_3 - V_1)},$$

$$\ln a = \ln T_1 - CV_1, \quad a = e^{\ln a},$$

после решения которых экспоненциальное уравнение имеет вид

$$T = 4,055e^{0,125V}. \quad (6)$$

Для определения показательного уравнения

$$T = ad^V,$$

необходимо решить систему из двух логарифмических уравнений

$$\begin{cases} \ln T_1 = \ln a + \ln d V_1; \\ \ln T_3 = \ln a + \ln d V_3. \end{cases}$$

Показатель степени и коэффициент показательных уравнений определяются уравнениями

$$\ln d = \frac{(\ln T_3 - \ln T_1)}{(V_3 - V_1)}, \quad d = e^{\ln d} = 1,133,$$

$$\ln a = \ln T_1 - \ln d V_1, \quad a = e^{\ln a} = 4,055,$$

после решения которых показательное уравнение имеет вид

$$T = 4,055 \cdot 1,133^V. \quad (7)$$

Следует отметить, что экспоненциальное уравнение (6) является показательным и может быть представлено в виде

$$T = 4,055(e^{0,125})^V,$$

где $e^{0,125} = 1,133$, отсюда следует, что уравнение (6) и уравнение (7) аналогичные, и на основании этого уравнение (1) можно представить в виде

$$T = aV^b d^V,$$

где $d = e^C$.

В табл. 2 приведены результаты сравнительного анализа точности уравнений (4), (5), (6) и (7).

Из табл. 2 видно, что показательное уравнение имеет значительно большую точность расчетов по сравнению с линейным и степенным уравнениями. Средняя ошибка показательного уравнения равна 0,75 при максимальной ошибке 1,36. Средняя ошибка линейного уравнения равна 2,95 при максимальной ошибке 8,87. Средняя ошибка степенного уравнения равна 2,7 при максимальной ошибке 8,2. Из результатов анализа, представленных в табл. 2, следует вывод, что применение метода аппроксимации по двум крайним точкам левой ветви графика рис. 1 (точка 3 и точка 1) линейным и степенным уравнениями дает большую ошибку расчетов стойкости промежуточной точки 2 (8,87 и 8,2 % соответственно), что не допустимо. Это послужило основанием для анализа статистических методов аппроксимации результатов эксперимента.

Метод наименьших квадратов

Автор работы [7] приводит методы статистической обработки экспериментальных данных включающие регрессионный анализ, в основе которого лежит метод наименьших квадратов при условии нормального распределения результатов измерений и наличия значимой корреляционной связи между ними

Таблица 2

№ уравнения	Уравнение	V, м/мин	T _{эксп} , ч	T _{расч} , ч	Δ, %	Δ _{ср} , %
(4)	$T = -1,198 + 1,633V$	6	8,6	8,6	0	2,95
		9	12,4	13,5	8,87	
		12	18,4	18,4	0	
(5)	$T = 1,205V^{1,097}$	6	8,6	8,6	0	2,7
		9	12,4	13,42	8,2	
		12	18,4	18,4	0	
(6) (7)	$T = 4,055e^{0,125V}$ $T = 4,055 \cdot 1,133^V$	6	8,6	8,58	0,23	0,75
		9	12,4	12,48	0,65	
		12	18,4	18,15	1,36	

и входными факторами экспериментального плана. Регрессионный анализ дает возможность аппроксимировать результаты исследований линейными, степенными и показательными уравнениями [7]. В работе [8] обоснована возможность применения статистических методов при неслучайных входных факторах и случайных результатах исследований.

Коэффициенты регрессии линейных уравнений определяются уравнениями

$$b = \frac{n \sum T_i V_i - \sum T_i \sum V_i}{n \sum V_i^2 - (\sum V_i)^2}, \quad a = \frac{\sum T_i - b \sum V_i}{n},$$

после решения которых линейное уравнение имеет вид

$$T = -1,564 + 1,633V. \quad (8)$$

Степень линейности уравнения (8) определяет коэффициент корреляции

$$r = b \sqrt{\frac{n \sum V_i^2 - (\sum V_i)^2}{n \sum T_i^2 - (\sum T_i)^2}} = 0,99.$$

Коэффициенты регрессии степенных уравнений определяются уравнениями

$$b = \frac{n \sum \ln T_i \ln V_i - \sum \ln T_i \sum \ln V_i}{n \sum (\ln V_i)^2 - (\sum \ln V_i)^2},$$

$$\ln a = \frac{\sum \ln T_i - b \sum \ln V_i}{n}, \quad a = e^{\ln a},$$

после решения которых степенное уравнение имеет вид

$$T = 1,212V^{1,082}. \quad (9)$$

Степень линейности логарифмического вида уравнения (9)

$$\ln T = \ln 1,212 + 1,082 \ln V,$$

определяет коэффициент корреляции

$$r = b \sqrt{\frac{n \sum (\ln V_i)^2 - (\sum \ln V_i)^2}{n \sum (\ln T_i)^2 - (\sum \ln T_i)^2}} = 0,99.$$

Коэффициенты регрессии экспоненциальных уравнений определяются уравнениями

$$b = \frac{n \sum \ln T_i V_i - \sum \ln T_i \sum V_i}{n \sum (V_i)^2 - (\sum V_i)^2},$$

$$\ln a = \frac{\sum \ln T_i - b \sum V_i}{n}, \quad a = e^{\ln a},$$

после решения которых экспоненциальное уравнение имеет вид

$$T = 4,0042e^{0,1267V}. \quad (10)$$

Степень линейности логарифмического вида уравнения (10)

$$\ln T = \ln 4,0042 + 1,135V,$$

определяет коэффициент корреляции

$$r = b \sqrt{\frac{n \sum (V_i)^2 - (\sum V_i)^2}{n \sum (\ln T_i)^2 - (\sum \ln T_i)^2}} = 1,00.$$

Коэффициенты регрессии показательных уравнений определяются уравнениями

$$\ln d = \frac{n \sum \ln T_i V_i - \sum \ln T_i \sum V_i}{n \sum (V_i)^2 - (\sum V_i)^2}, \quad d = e^{\ln d},$$

$$\ln a = \frac{\sum \ln T_i - \ln d \sum V_i}{n}, \quad a = e^{\ln a},$$

после решения которых показательное уравнение имеет вид

$$T = 4,0042 \cdot 1,135^V. \quad (11)$$

Степень линейности логарифмического вида уравнения (11)

$$\ln T = \ln 4,0042 + V \ln 1,135,$$

определяет коэффициент корреляции

$$r = \ln d \sqrt{\frac{n \sum (V_i)^2 - (\sum V_i)^2}{n \sum (\ln T_i)^2 - (\sum \ln T_i)^2}} = 1,00.$$

Результаты сравнительного анализа коэффициентов корреляции показывает большую степень линейности логарифмических видов показательных уравнений.

Таблица 3

№ уравнения	Уравнение	V , м/мин	$T_{\text{эксп}}$, ч	$T_{\text{расч}}$, ч	Коеф. кор. r	Δ , %	$\Delta_{\text{ср}}$, %
(8)	$T = -1,564 + 1,633V$	6	8,6	8,23	0,99	4,3	4,06
		9	12,4	13,13		5,89	
		12	18,4	18,032		2	
(9)	$T = 1,212V^{1,082}$	6	8,6	8,423	0,99	2	3,47
		9	12,4	13,06		5,3	
		12	18,4	17,83		3,1	
(10) (11)	$T = 4,0042e^{0,1267V}$ $T = 4,0042 \cdot 1,135^V$	6	8,6	8,56	1,00	0,46	0,63
		9	12,4	12,51	1,00	0,89	
		12	18,4	18,3		0,54	

В табл. 3 приведены результаты сравнительного анализа точности уравнений (8—11).

Из табл. 3 видно, что показательные уравнения (10) и (11) имеют значительно большую точность расчетов по сравнению с линейным и степенным уравнениями (8) и (9). Средняя ошибка расчетов показательных уравнений (10) и (11) равна 0,63 при максимальной ошибке 0,89. Средняя ошибка линейного уравнения (8) равна 4,06 при максимальной ошибке 5,89. Средняя ошибка степенного уравнения (9) равна 3,47 при максимальной ошибке 5,3.

Обоснование выбора аналитических методов построения математической модели на основании эмпирических данных

Сравнительный анализ результатов исследований, представленных в табл. 2 и 3, позволяют сделать вывод невозможности применения обоих рассмотренных методов при аппроксимации линейными и степенными уравнениями. Средняя ошибка линейного и степенного уравнений (8) и (9), полученных методом наименьших квадратов, увеличилась по сравнению с аналогичными уравнениями (4) и (5), полученными методом линейной аппроксимации по двум точкам, при несущественном уменьшении максимальной ошибки (в 1,5 раза). Средняя ошибка показательных уравнений (10) и (11), полученных методом наимень-

ших квадратов, уменьшилась в 1,2 раза, по сравнению с аналогичными уравнениями (6) и (7), полученными методом линейной аппроксимации по двум точкам, но при этом максимальная ошибка уменьшилась в 3,48 раза. Поэтому можно считать обоснованным применение регрессионного анализа для аппроксимации левой ветви графика рис. 1 показательными уравнениями. Уравнения (10) и (11) с большой степенью точности позволяют рассчитать стойкость сверл на скоростях резания 4,32 и 5,53 м/мин. На скорости 4,32 м/мин расчетная стойкость сверл с учетом средней ошибки 0,63 % имеет минимальное значение от 6,91 ч, а на скорости 5,53 м/мин — 8,01 ч.

ВЫВОДЫ

1. Сравнительный анализ методов аппроксимации показал большую ошибку расчетов стойкости линейных и степенных уравнений, полученным методом линейной аппроксимации по двум точкам и методом наименьших квадратов.

2. Можно считать обоснованным применение аналитического метода регрессионного анализа аппроксимации показательными уравнениями для построения эмпирической модели, позволяющей с максимальной точностью прогнозировать стойкость сверл на скоростях резания меньших граничных значений, не учтенных планом эксперимента.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Рагрин Н. А., Айнабекова А. А., Озгонбеков А. О. Разработка путей и методов повышения качества отверстий при сверлении // Технология машиностроения. 2018. № 6. С. 10—15.
2. Рагрин Н. А., Айнабекова А. А. Разработка закономерностей влияния погрешностей заточки спиральных сверл на качество просверленных отверстий // Технология машиностроения. 2018. № 8. С. 40—47.
3. Рагрин Н. А., Айнабекова А. А., Родин И. А. Методы повышения качества отверстий, обработанных спиральными сверлами // Вестник КРСУ. 2018. Т. 18. № 12. С. 65—68.
4. Рагрин Н. А., Айнабекова А. А., Дыйканбаева У. М. Разработка и обоснование закономерностей повышения показателей качества отверстий, обработанных сверлением // Известия КГТУ. 2018. № 46. С. 77—89.
5. Рагрин Н. А. Математическая модель стойкостной зависимости при сверлении // Технология машиностроения. 2014. № 1. С. 49—54.
6. Грановский Г. И. Обработка результатов экспериментальных исследований резания металлов / М.: Машиностроение, 1982. 112 с., илл.
7. Пустыльник Е. И. Статистические методы анализа и обработки наблюдений / М.: "Наука", 1968. 288 с.
8. Рагрин Н. А., Курганова Д. М., Дыйканбаева У. М. Разработка методов статистического анализа эмпирических технических исследований // Технология машиностроения. 2023. № 9. С. 20—25.

УДК 62-294

DOI: 10.34641/TM.2024.262.4.024

А. В. ЛУТЬЯНОВ, канд. техн. наук

Российский технологический университет — МИРЭА

E-mail: alou99@mail.ru

Задача устойчивости цилиндрической оболочки при кручении с использованием современных средств моделирования

Методом оценки устойчивости цилиндрической оболочки в приспособлениях с аэростатическими опорами проведен анализ безмоментного положения системы, определен критический момент положения борштанги приспособления при резании материалов. Даны рекомендации по проектированию оптимальной конструкции инструментального блока приспособления и установке их в борштангу, сформулированы требования к режимам обработки при достижении заданных параметров качества обработанных деталей.

Of the method of assessing the stability of the cylindrical shell in devices with aerostatic supports, an analysis of the momentary position of the system was carried out, the critical moment of the position of the device's side bars when cutting materials was determined. Recommendations are given for the design of the optimal design of the tool block of the device and their installation in the rack, the requirements for processing modes are formulated when the specified quality parameters of the machined parts are achieved.

Ключевые слова: моделирование, цилиндрическая оболочка, кручение, напряженное состояние

Key words: modeling, cylindrical shell, torsion, stress state